

Једном када се фиксира угао θ , потребно је измерити период кретања клатна и дужину клатна (ово директно имплицира полупречник путање клатна).

ЗАДАЦИ

1. Нацртати дијаграм сила које делују на конусно клатно, и извести формулу за силу затезања T .
2. Поставити експерименталну поставку према скици која је приказано на слици 1.
3. Измерити масу клатна m и његову дужину L .
4. Измерити силу затезања T_0 помоћу динамометра када куглица мирује (вертикални положај клатна). Упоредити ову вредност силе са тежином $W = mg$.
5. Измерити период клатна τ , и применом израза (5) израчунати вредност силе затезања T . Ову вредност упоредити са силом коју показује динамометар када је клатно у стању кретања.
6. На основу вредности сила W и T приближно одредити угао θ ($\cos \theta = W / T$).
7. Проценити апсолутну грешку ΔT .

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Николић, Физичка механика (Физички факултет, Београд, рецензирана скрипта).
2. S.S. Tongaonkar, V.R. Khadse R. Cross, Experiment with conical pendulum, *Eur. J. Phys. Education* 2 (1) (2011) ISSN1309 7202.
3. The Conical Pendulum Problem, <https://www.cheenta.com/conical-pendulum/>
4. R. Cross, A conical pendulum model of a rotating chain, *Eur. J. Phys.* 42 035007 (2021).
5. The conical pendulum, <https://www.thinkib.net/physics/page/4144/optional-practical-the-conical-pendulum>

Одређивање коефицијента трења котрљања применом закона одржања енергије

Милан С. Ковачевић, Марко М. Милошевић, Љубица Кузмановић

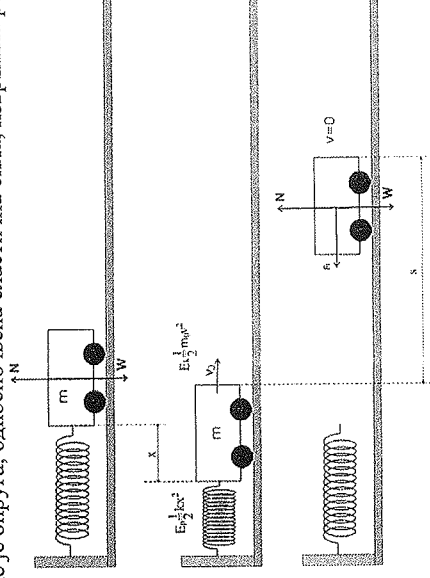
Природно-математички факултет у Крагујевцу

Апстракт. У раду је описан експеримент за одређивање коефицијента трења котрљања применом закона одржања механичке енергије. На основу израчунатих вредности закључујемо да је вредност коефицијента трења котрљања релативно мала, и да маса колица утиче на силу трења, али не утиче на вредност коефицијента трења котрљања. Осим одређивања коефицијента трења котрљања, описани експеримент се може користити и за проверу другог Њутновог закона механике.

Кључне речи: трење, котрљање, закон одржања механичке енергије

ТЕОРИЈСКА ОСНОВА И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ПОСТАВКА

Колица масе m су закачена за један крај хоризонтално постављене опруге. Дужина опруге у опуштеном, несабијеном стању је x_0 . У равнотежном положају, тежина колица је једнака нормалној сили реакције подлоге (слика 1). Када се опруга сабије за дужину x у односу на своју дужину у деформисаном стању, потенцијална енергија сабијене опруге коефицијента еластичности k износи $E_p = (1/2)kx^2$. Када се опруга ослободи, делује њена еластична сила која гура колица и колица се покрећу. Тиме је опруга, односно њена еластична сила, извршила рад на колицима.



Слика 1. Поставка за мерење коефицијента трења котрљања.

Колица добијају почетну брзину $v_0 = \sqrt{k/m} \cdot x$ тј. кинетичку енергију $E_k = (1/2) m v_0^2$. Рад силе трења на зауставном путу s је

$$A = F_r \cdot s = \mu_r \cdot N \cdot s \quad (1)$$

где је s пређени пут колица до заустављања, а $F_r = \mu_r \cdot N$ је сила трења котрљања са коефицијентом трења котрљања μ_r . Укупан рад је једнак промени кинетичке енергије колица:

$$A = \Delta E_k = E_{k1} - E_{k2} = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (2)$$

Помоћу ових једначина, можемо извести формулу из које се може одредити коефицијент трења котрљања:

$$\mu_r = \frac{k \cdot x^2}{2 N \cdot s} \quad (3)$$

Из једначине (3) се коефицијент трења котрљања може лако израчунати мерењем дужине сабијања опруге x и пређеног пута колица до заустављања s . За процену грешке за коефицијент трења котрљања $\Delta \mu_r$, примењена је стандардна процедура описана у [5]:

$$\frac{\Delta \mu_r}{\mu_r} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta x}{x} + 2 \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta s}{s} \quad (4)$$

где је $\Delta N / N = \Delta m / m$ (при чему је Δm грешка мерења масе колица). Један од начина да се провери валидност предложене методе је графички приказ зависности силе трења F_r од нормалне силе реакције подлоге N . Ова зависност је линеарна, са нагибом који је управо одговара коефицијенту трења котрљања μ_r . Поступак подраумева налажење убрзана колица која се крећу дуж хоризонталне равни. Убрзање се рачуна по формули $a = v_0^2 / 2s$.

РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

Најпре, меримо дужину недеформисане опруге x_0 (коришћена је опруга чија је константа $k = 1900 \text{ N/m}$). Дужину сабијене опруге x , на чијем једном крају се налазе колица, меримо помоћу нонијуса. На основу измерених вредности дужине сабијене опруге у почетном положају ($x = 1.0195 \text{ m}$), растојања које колица пређу пре него што се зауставе (s) су измерена за пет различитих маса колица. Коефицијент трења котрљања се потом израчунава помоћу једначине (3). У Табели 1 су дате вредности измерених величина и израчунати коефицијент трења котрљања. На основу измерених вредности из Табеле 1, добија се средња вредност за коефицијент трења котрљања $\bar{\mu}_r = 0.0571$.

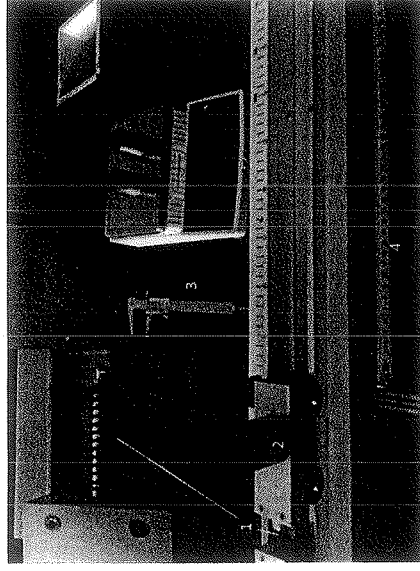
Један од начина да се провери валидност описане методе је примена Њутновог закона механике. У ту сврху рачуна се убрзање колица (видети Табелу 1). На слици 3 приказана је зависност силе трења котрљања од нормалне силе реакције подлоге за пет различитих маса колица. На основу линеарног фита налазимо да је

Одређивање коефицијента трења котрљања применом закона одржања енергије

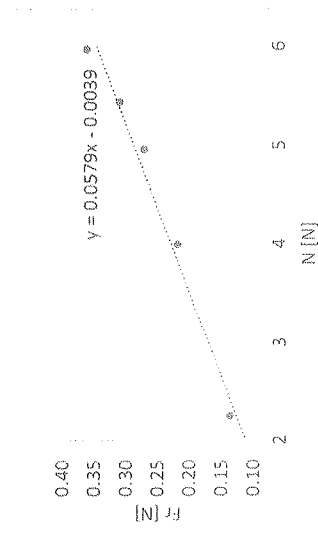
коефицијент правца праве 0.0579 који управо одговара вредности коефицијента трења котрљања. Ова вредност се доста добро слаже са резултатом који је добијен применом формуле (3).

Табела 1. Коефицијент трења котрљања израчунат мерењем растојања које колица пређу до заустављања за пет различитих маса колица.

m (kg)	s_1 (m)	s_2 (m)	s_3 (m)	$s = (s_1 + s_2 + s_3)/3$ (m)	v_0 (m/s)	μ_r	a (m/s ²)	F_r (N)	$N = mg$ (N)
0.22904	2.67	2.68	2.65	2.667	1.776	0.060	0.591	0.135	2.247
0.40702	1.68	1.66	1.65	1.663	1.332	0.054	0.534	0.217	3.993
0.50566	1.34	1.32	1.36	1.340	1.195	0.054	0.533	0.270	4.961
0.55505	1.17	1.16	1.19	1.173	1.141	0.057	0.555	0.308	5.445
0.60876	1.01	1.00	1.01	1.007	1.089	0.060	0.589	0.359	5.972



Слика 2. Експериментална поставка: (1) опруга, (2) колица, (3) нонијус, (4) метар.



Слика 3. График експерименталних вредности силе трења котрљања у зависности од нормалне силе.

Применом стандардног поступка за израчунавање апсолутне грешке мерења описане у [5], узимајући за $\Delta x = 0.0001 \text{ m}$, $\Delta s = 0.001 \text{ m}$ и $\Delta m = 10^{-3} \text{ kg}$ добија се вредност за релативну грешку $\Delta \mu$, у процентима која износи 2%. Коначно налазимо

$$\mu_r = (0.057 \pm 0.001) \quad (5)$$

ЗАКЉУЧАК

У овом раду је описан једноставан метод за одређивање коефицијента трења котрљања. Мала лабораторијска колица се налазе на једном крају сабијене еластичне опруге. Ослобађањем сабијене еластичне опруге, колица стичу почетну брзину v_0 , а тиме и кинетичку енергију E_k . Мерењем зауставног пута колица, применом закона одржања механичке енергије, добија се формула за израчунавање коефицијента трења котрљања. Провера предложеног поступка је урађена применом другог Њутновог закона механике. Као што је показано и у радovima [1-4] и ми налазимо да је коефицијент трења котрљања много мањи од коефицијента трења клизања што додатно отежава његово одређивање.

ЗАХВАЛНИЦА

За корисне сугестије аутори се захваљују др Владимиру Марковићу доценту на Природно-математичком факултету у Крагујевцу и Игору Танасијевићу професору физике у ОШ „Милутин и Драгиња Годоровић“ у Крагујевцу.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Cross, Coulomb's law for rolling friction, *Am. J. Phys.* 84 (3), 221–230 (2016)
2. C. E. Mungan, Rolling friction on a wheeled laboratory cart, *Phys. Educ.* 47 (3), 288–292 (2012).
3. R. F. Larson, Measuring the coefficient of friction of a low-friction cart, *Phys. Teach.* 36, 464–465 (1998).
4. U. Besson, L. Borghi, A. De. Ambrosis and P. Mascheretti, How to teach friction: Experiments and models, *Am. J. Phys.* 75 (12), 1106–1113 (2007).
5. P. Fornasini, *The Uncertainty in Physical Measurements* (Berlin: Springer, 2008), pp. 258–261.

Хоризонтални хитац и закон одржања механичке енергије - анализа једног експеримента

Соња Ковачевић, Весна Спасојевић

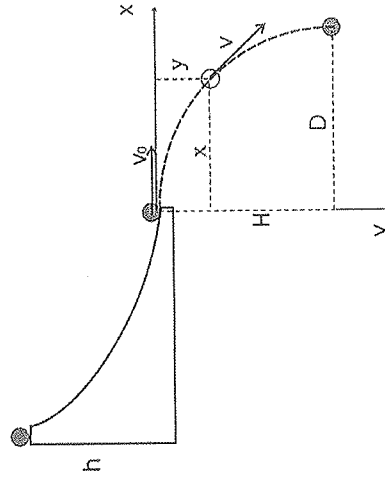
Прва крагујевачка гимназија, Крагујевац

Апстракт. У раду је описан један експеримент за проучавање кретања тела у пољу Земљине теже. Експеримент укључује мерења домета D , висине H и израчунавање почетне брзине v_0 хоризонталног хита применом кинематичких једначина. Урађено је поређење експерименталних резултата са резултатом који се добија применом Закона одржања енергије. У анализи кретања тела разматрана су два модела: први модел узима само транслацију тела (куглице) низ жлеб без трења, док други модел узима у обзир и транслацију и ротацију кулице. Показује се да је други модел адекватнији уз додатну корекцију која подразумева рачунање са ефективним радијусом ротације кулице.

Кључне речи: хоризонтални хитац, закон одржања механичке енергије, котрљање.

УВОД

Ако је тело које се налази изнад хоризонта на некој висини H , бачено хоризонталном брзином v_0 , онда кретање које настаје назива се хоризонтални хитац (слика 1).



Слика 1. Схема која се користи уз анализу кретања хоризонталног хитаца; y -оса је усмерена наниже; координатни почетак је у тачки одвајања тела од подлоге – стрме равни, H је висина у односу на Земљу, D означава домет хита, (x, y) су координате положаја тела у тренутку t , v је тренутна брзина.

